

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
**«ПУЩИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЕСТЕСТВЕННО –
НАУЧНЫЙ ИНСТИТУТ»**
(ПушГЕНИ)

ПРОГРАММА

вступительного испытания
для поступающих на обучение по программам бакалавриата

«МАТЕМАТИКА»

Содержание программы

1. Общие положения	3
2. Содержание программы вступительного испытания	3
I. Арифметика, алгебра	3
II. Начала математического анализа	4
III. Тригонометрия	4
IV. Геометрия.....	5
3. Учебно-методическое и информационное обеспечение.....	6
4. Примеры заданий	6
5. Оценка результатов сдачи вступительных испытаний	8

1. Общие положения

Программа вступительного испытания по дисциплине «Математика» предназначена для абитуриентов, имеющих право на сдачу вступительных испытаний по учебным предметам и дисциплинам для обучения по программам бакалавриата по направлениям 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, 19.03.01 Биотехнология.

Цель вступительного испытания проверка знаний абитуриентов в проведении конкурсного отбора абитуриентов для дальнейшего обучения в Пущинском государственном естественно-научном институте.

Основной задачей вступительного испытания является проверка знаний абитуриента в области математики, необходимых для продолжения успешного обучения по программам бакалавриата по направлениям 01.03.02 Прикладная математика и информатика, 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи, 19.03.01 Биотехнология.

2. Содержание программы вступительного испытания

I. Арифметика, алгебра

Натуральные числа. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Деление с остатком. Округление чисел.

Целые, рациональные и иррациональные числа. Проценты, пропорциональное деление.

Изображение чисел на числовой прямой. Абсолютная величина (модуль) действительного числа, ее геометрический смысл. Среднее арифметическое и среднее геометрическое.

Степени с натуральным, целым, рациональным показателем. Арифметический корень.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Деление многочлена на многочлен.

Логарифмы и их свойства. Десятичный и натуральный логарифмы. Число e .

Функция, ее область определения и множество значений. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность.

Основные элементарные функции (линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические). Свойства элементарных функций и их графики.

Уравнения и системы уравнений. Равносильность уравнений и систем.

Квадратные уравнения и приводящиеся к ним. Теорема Виета.

Иррациональные уравнения. Уравнения с модулями.

Логарифмические и показательные уравнения и системы.

Решение задач на составление уравнений и систем уравнений.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n первых членов прогрессии. Задачи о кредитах.

Неравенства, системы неравенств. Равносильность неравенств и систем неравенств. Метод интервалов для решения неравенств.

Квадратные, иррациональные, логарифмические, показательные неравенства и системы.

Неравенства с модулями.

II. Начала математического анализа

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Производные суммы, произведения, частного, производная сложной функции.

Производные основных элементарных функций (степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических).

Уравнение касательной к графику функции.

Применение производной для нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.

III. Тригонометрия

Градусная и радианная меры угла.

Функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Основные тригонометрические формулы; основные тождества. Функции суммы аргументов, формулы двойного и половинного углов, преобразование суммы в произведение и обратно, формулы приведения.

Решение простейших тригонометрических уравнений и уравнений, сводящихся к ним.

Нахождение решений (или числа решений) тригонометрического уравнения на заданном промежутке.

IV. Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы.

Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых.

Окружность, круг. Свойства секущей и касательной к окружности. Центральные и вписанные углы. Длина окружности, длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга. Площадь прямого кругового сектора.

Треугольник. Медиана, биссектриса, высота треугольника. Центры вписанной и описанной окружностей треугольника. Виды треугольников. Свойства равнобедренного треугольника. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Признаки равенства треугольников.

Свойства вписанных и описанных четырехугольников.

Признаки параллелограмма.

подобия треугольников. Теорема Фалеса.

Соотношения в прямоугольном треугольнике. Соотношения в произвольном треугольнике: теорема косинусов, теорема синусов.

Соотношение между сторонами и диагоналями параллелограмма.

Формулы площади треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Формула площади произвольного четырехугольника.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Применение тригонометрии к решению планиметрических задач.

3. Учебно-методическое и информационное обеспечение

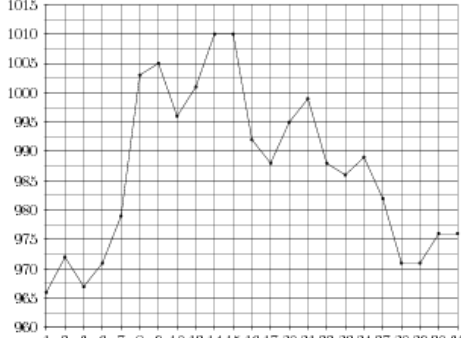
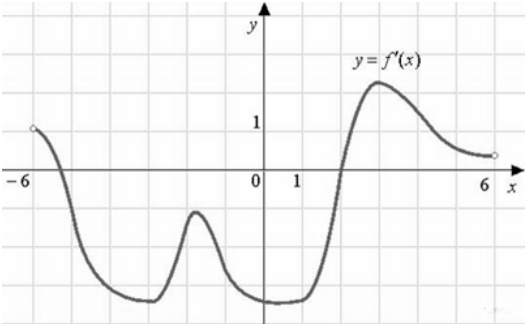
1. И.М. Эйсымонт. Сборник задач для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень): учебное пособие // Москва: РУСАЙНС, 2017
2. Н.Ш.Кремер, О.Г.Константинова, М.Н.Фридман. Математика для СПО./ Под ред. Н.Ш.Кремера.. – М.: Юрайт, 2016..
3. Н.Ш.Кремер, О.Г.Константинова, М.Н.Фридман. Математика для поступающих в экономические и другие вузы./ Под ред. Н.Ш.Кремера.. – М.: Юрайт, 2014
4. М.И.Сканави. Сборник задач по математике с решениями 8-11 класс.- М: Мир и образование, 2012.
5. А.Г. Мордкович, Математика. Полный справочник для подготовки к ЕГЭ. – М.:АСТ, 2015.
6. Учебники и учебные пособия по математике для средней школы.

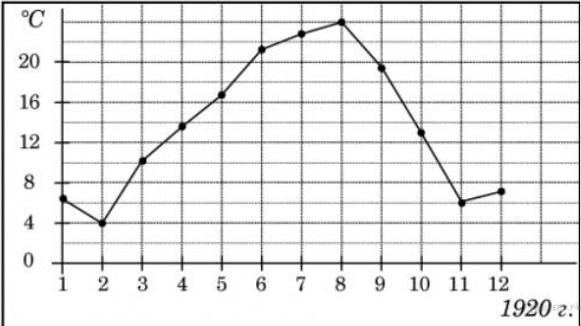
4. Примеры заданий

1. **Задание на нахождение значения выражения** состоит из трех пунктов: в п. а) проверяются навыки работы с дробными и иррациональными числами, в п. б) проверяется знание формул сокращенного умножения, в п. в) проверяется умение работать со степенями, логарифмами и тригонометрическими функциями.
2. **Задание на поиск корней уравнения** состоит из трех пунктов: в п. а) рациональные уравнения, сводящееся к квадратному, в п. б) иррациональные, логарифмические и показательные уравнения, в п. в) уравнения, при решении которых требуется замена переменной.
3. **Планиметрическая задача** состоит из трех пунктов на поиск соотношений между сторонами, углами и площадями треугольников и четырехугольников. Содержит
4. **Задача с экономическим содержанием** состоит из трех пунктов, среди которых есть поиск процента от числа и числа по известному проценту, а также вычисление сложных процентов.
5. **Задача на решение неравенств** предполагает, что необходимо решить дробно-рациональное, логарифмическое или показательное неравенство и ответить на три вопроса по решению.

6. **Задача на исследование функции** предполагает поиск наибольшего или наименьшего значения функции или точек экстремума и значений функции в точках экстремума.
7. **Задача на составление уравнения или системы уравнений.**
8. **Тригонометрическое уравнение с отбором корней**, где требуется решить уравнение и указать корни, принадлежащие заданному промежутку, содержит три вопроса.
9. **Задача с экономическим содержанием**, требующая знаний арифметической и геометрической прогрессий, содержит три вопроса по ходу решения.
10. **Задача по геометрии** требует умения проводить дополнительные построения, строить доказательства и проводить расчеты, содержит три вопроса по решению.

Демонстрационный вариант

1	<p>Оптовая цена учебника 150 рублей. Розничная цена на 15% выше оптовой. Какое наибольшее число таких учебников можно купить по розничной цене на 4550 рублей?</p>
2	<div style="display: flex; align-items: flex-start;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена золота была между 970 и 980 рублями за грамм.</p> </div> </div>
3	<div style="display: flex; align-items: flex-start;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.</p> </div> </div>
4	<p>Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{ \omega_p^2 - \omega^2 }$, где ω — частота вынуждающей силы ($\text{в } \text{с}^{-1}$), A_0 — постоянный параметр, $\omega_p = 360 \text{ с}^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в с^{-1}.</p>
5	<p>Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 42 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 28 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.</p>

6	Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,6 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размерами 2,3 м на 4,2 м?
7	 <p>На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.</p>
8	Решите уравнение $\log_{x-2} 16 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
9	Найдите $p(x-7)+p(13-x)$, если $p(x)=2x+1$
10	Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.
11	Найдите наибольшее значение функции $y = 16\cos x - \frac{102}{\pi}x + 41$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$
12	Прямые, содержащие катеты AC и CB прямоугольного треугольника ACB, являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу AB, является их общей внешней касательной. Найдите площадь треугольника ACB.

5. Оценка результатов сдачи вступительных испытаний

Во время вступительного испытания необходимо ответить на 12 вопросов по десяти заданиям. Количество верных ответов переводятся в 100 бальную шкалу оценивания.

Время выполнения заданий – 60 минут.